Contrôle n° 2 du 03.11.2025 correction

I. (7,5pts) Partie cours

1. (1,25pt) Un peu de vocabulaire général

Construire des phrases avec les mots suivants :

a. (0,5pt) Cristal, maille, périodique.

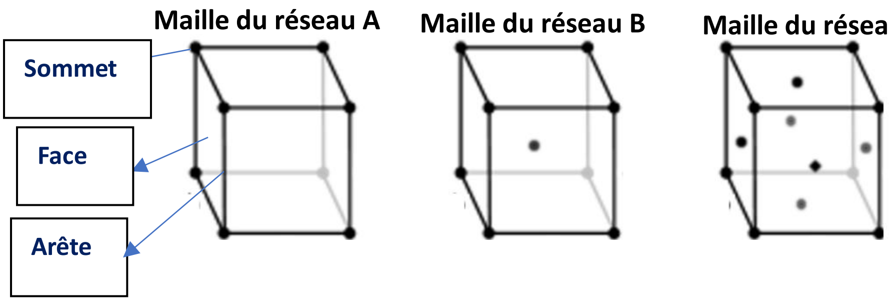
Un cristal est constitué d'une maille qui se reproduit périodiquement dans toutes les directions

b. (0,75pt) Réseau cubique simple, réseau cubique à faces centrées, maille, entité chimique, sommet, face.

Dans un réseau cubique simple l'entité, dans la maille se trouve à ses sommets, dans un réseau cubique à faces centrées l'entité, elle e se trouve au centre de ses faces et à ses sommets.

2. (1,25pts) Quelques précisions sur les caractéristiques d'une maile

Identifier les **mailles éclatées** des réseaux suivants et ajouter sur la maille A la légende : **arête**, **sommet**, **face.**

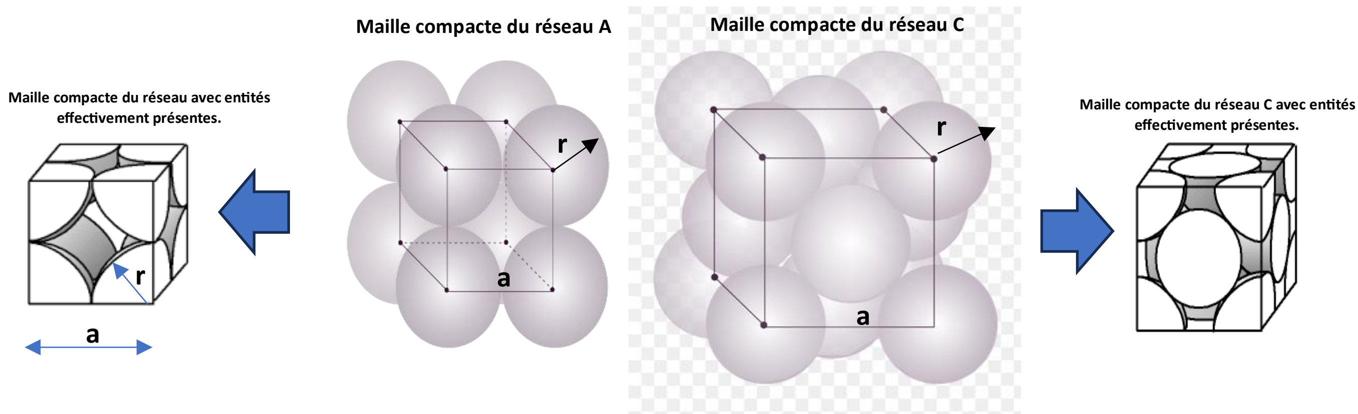


Réseau A : **Cubique simple**

Réseau B : **Cubique centré**

Réseau C **Cubique à faces centrées**

3. (5pts) Relation entre la dimension de la maille et celle du rayon de l'atome



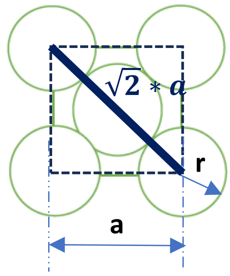
a. (1pt) Quelle relation existe, dans le **réseau A**, entre le rayon : **r** d'un atome et le paramètre de la maille: **a** ?

Les entoités sont collées dans la maille et on constate graphiquement $\boxed{a=2.r}$.

b. (1pt) Montrer pour **le réseau C ,** à l'aide de la vue de dessus, que la relation entre le paramètre de la maille : **a** et le rayon : **r** d'un atome r est :$4 * r = \sqrt{2} * a$

Sur la figure ci-contre et d'après Pythagore, on constate que sur la diagonale du carré inscrit dans la maille on a la relation $l^2=a^2+a^2$. Soit $l^2 =2.a^2$

Vue de dessus du réseau C



Soit la relation : $l = \sqrt{2} * a$

Sur cette diagonale : l, 3 entités de rayon r se touchent soit : : $l = r + 2 * r + r = 4 * r$

On en déduit la relation : $4 * r = \sqrt{2} * a$.

c. (1pt) Déterminer les nombres d'entités que contiennent les mailles des réseaux A, B, C

- **Dans la maille A, cubique simple, 1/8éme d'entité se trouve aux 8 sommets de la maille. On en déduit qu'il y a 8.1/8éme=1, soit $\boxed{\text{une entité}}$ par maille.**
- **Dans la maille B, cubique centré, il y a aussi une entité en tout sur tous les sommets, il faut lui ajouter une deuxième entière au centre, il y a donc $\boxed{\text{deux entités}}$ par maille dans ce réseau.**
- **Dans la maille C, cubique à faces centrées, il y a une entité en tout, sur tous les sommets, ajouté à une demie entité sur les six faces soit : (1/2).6=3, il existe alors en tout dans cette maille 1+3=4, il existe donc $\boxed{\text{quatre entités}}$ dans la maille du réseau C**

d. (2pts) Définir et montrer que la compacité d'un réseau cubique simple est de **0,52** et celle d'un réseau cubique à faces centrée est de **0,74** (*Volume d'une sphère :* ***V=4/3×π×R³***)

La compacité est le rapport du volume occupé par toutes les entités de la maille sur le volume de la maille

- **Pour le cubique simple il y a une entité dans la maille avec a=2.r.**

On en déduit que la compacité est : $c = \frac{1*(4/3)*\pi*r^3}{a^3} = \frac{1*(4/3)*\pi*r^3}{(2*r)^3} = \frac{4*\pi*r^3}{3*8*r^3} = \frac{\pi}{6} = 0,52$

- **Pour le cubique à faces centrées il y a 4 entités dans la maille avec $a = \frac{4*r}{\sqrt{2}}$**

On en déduit que la compacité est : $c = \frac{4*(4/3)*\pi*r^3}{a^3} = \frac{4*(4/3)*\pi*r^3}{\left(\frac{4*r}{\sqrt{2}}\right)^3} = \frac{(\sqrt{2})^3*32*\pi*r^3}{3*64r^3} = \frac{\sqrt{2}*\pi*r^3}{3*2*r^3}$

Soit $c = \frac{\sqrt{2}*\pi}{6} = 0,74$

II. (12,5pts) Applications aux structures cristallines

1. (3pts) Le cuivre à l'état natif

Le cuivre se trouve parfois dans la nature à l'état natif, soit non oxydé, il est un métal constitué d'atomes de symbole Cu, qui cristallise dans une structure cubique à faces centrées.

Données : Paramètre de maille ***a=3,60. 10^{-10} m.*** *Masse d'un atome de cuivre* ***m_{Cu}=1,05.10^{-25} kg***

a. (0,5pt) Quelle est la compacité de la maille du réseau formé par le cuivre natif ?

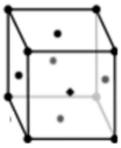
La structure cristalline est cubique à face centrées la compacité est donc de 0,74

b. (1,5pts) Déterminer **la masse volumique en Kg/m³** et en **g/mL** du cuivre.

La masse volumique est la masse occupée par toutes les entités de la maille, soit tous les atomes de la maille, sur le volume de la maille soit : $\rho = \frac{4*mCu}{a^3}$

L'application numérique donne : $\rho_{Cu} = \frac{4*1,05*10^{-25}}{(3,60*10^{-10})^3} = 9,00 * 10^3 Kg/m^3 = 9,00 g/mL$

c. 1(pt) Représenter en perspective éclatée la maille du réseau formé par le cuivre



2. (4pts) L'or et l'aluminium masse molaire et densité

a. (1pt) Masses des atomes d'or et d'aluminium

L'or et l'**aluminium** cristallisent sur le réseau **cubique à faces centrées.**
On donne que la **masse d'un atome** est le rapport de sa masse molaire sur le nombre d'Avogadro : **m_{Atome}=M/Na.**
La masse molaire de l'or est de : **M_{Au}=197g.mol^{-1}**
La masse molaire de l'aluminium : **M_{Al}=27,0g.mol^{-1}**
Le nombre d'Avogadro est **Na=6,02.10^{23}mol^{-1}**
En déduire la masse en gramme d'un atome d'or : **m_{Au}(g)** et la masse, en gramme d'un atome d'aluminium : **m_{Al}(g).**

D'après la relation ci-dessus : m_{Au}=M_{Au} /Na=197/6,02.10^{-23}=3,27.10^{-22}g et

m_{Al}=M_{Al} /Na=27,0/6,02.10^{-23}=4,48.10^{-23}g

b. (3 pts) Vérification de la masse volumique et de la densité de l'or et de l'aluminium

Le paramètre de la maille du réseau de l'or est de **a_{Au}=4,08.10^{-8} cm** et celui de l'aluminium est de : **a_{Al}=4,04.10^{-8} cm.** La densité de l'or de **d_{Au}=19,3** et celle de l'aluminium de **d_{Al}=2,70. La structure cubique à faces centrées** pour **l'or** et pour **l'aluminium** ainsi que **les paramètres** des deux mailles avec les masses **molaires** respectives de ces deux métaux sont- ils compatibles avec leur densité ?

Les deux métaux cristallisent sur le cubique à faces centrées, ils ont 4 atomes dans leur maille soit :

- **Pour l'or :**

La masse volumique de l'or est : $\rho_{Au} = \frac{4 * m_{Au}}{{a_{Au}}^3}$

L'application numérique donne : $\rho_{Au} = \frac{4 * 3,27, * 10^{-22}}{(4,08.10^{-8})^3} = 19,3 g.cm^{-3}$

- **Pour l'aluminium :**

La masse volumique de l'or est : $\rho_{Al} = \frac{4 * m_{Al}}{{a_{Al}}^3}$

L'application numérique donne : $\rho_{Au} = \frac{4 * 4,48 * 10^{-23}}{(4,04.10^{-8})^3} = 2,71 g.cm^{-3}$

La densité d'un corps est le rapport de sa masse volumique sur celle de l'eau avec $\rho_{eau} = 1 g.cm^{-3}$

On en déduit que : d_{Au}⁼=19,3 et d_{Al}⁼=12,71

Ces valeurs correspondent bien à celles de l'énoncé et il suffit de connaitre la structure cristalline avec la masse molaire et le paramètre de la maille pour déterminer la densité d'un cristal

3. <u>(5,5pts) Le chlorure de sodium</u>

Le chlorure de sodium, communément appelé sel, est un composé ionique formé d'ions Cl^- et d'ions Na^+ selon la formule : NaCl.

On donne :

Masse molaire du chlore : $\boldsymbol{M_{Cl}=35,5\ g.mol^{-1}}$

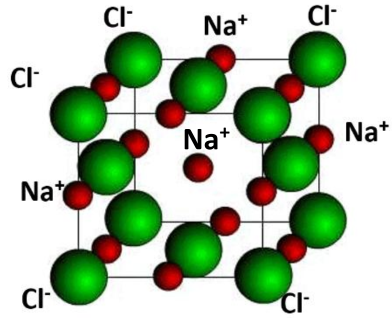
Masse molaire du sodium : $\boldsymbol{M_{Na}=23,0\ g.mol^{-1}}$

Constante d'Avogadro : $\mathbf{N_A = 6,02 \times 10^{23}}$ ***mol***$^{-1}$

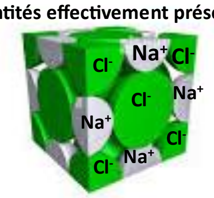
Rayon de l'ion chlorure : $\boldsymbol{R_{Cl^-}=1,87.10^{-8}cm}$

Rayon de l'ion sodium : $\boldsymbol{R_{Na^+}=9,50.10^{-9}cm}$

Maille éclatée du réseau chlorure de sodium



Maille compacte du réseau C avec entités effectivement présentes



a. (0,5pt) Déterminer le type réseau formé par les ions négatifs Cl^- et déterminer comment sont placés les ions Na^+ par rapport à eux.

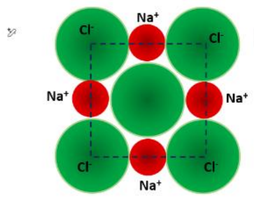
b. (1pt) Calculer dans cette maille le nombre d'ions négatifs puis le nombre d'ions positifs. Justifier que le cristal soit électriquement neutre.

c. (1pt) Sachant que la masse de l'ion est très voisine de celle de l'atome qui l'a formé, avec $\mathbf{m_{Atome}=M/Na.}$, calculer la masse de l'ion Cl^-: $\mathbf{m_{Cl^-}}$ et celle de l'ion Na^+ : $\mathbf{m_{Na^+}}$

d. (1pt) Justifier que la relation $\boldsymbol{4 * r_{Cl^-} = \sqrt{2} * a}$ ne fonctionne plus mais qu'il faut la remplacer par $\boldsymbol{2(r_{Cl^-} + r_{Na^+}) = a}$

e. (2pts) Déterminer la compacité et la densité du chlorure de sodium.

Vue de dessus du réseau Chlorure de sodium



a : La structure cristalline est cubique à face centrées pour les ions chlorure et cubique à faces centrées pour les ions sodium décalée d'une demie-arrête.

b : Il y a 1/8^{éme} d'ion chlorure aux 8 sommets de la maille et 1/2 ion sur ses six faces. Le nombre d'ions chlorure dans la maille est donc de 8.(1/8)+6.(1/2)=4

Soit il y a $\boxed{\text{4 ions chlorure :(} Cl^-\text{).}}$

Il y a 1/4 d'ion sodium sur les 12 arêtes de la maille et un entier au centrede la maille. Le nombre d'ions sodium dans la maille est donc de 12.(1/4).12+1=4

Soit Il y $\boxed{\text{a 4 ions sodium (} Na^+\text{).}}$

Il y a autant d'ions négatifs de charge -1 que d'ions positifs de charge +1 et le cristal est $\boxed{\text{électriquement neutre}}$

c : La masse des électrons est négligeable, on en déduit que

m_{Cl^-}= M_{Cl}/Na= 35,5/6,02.10^{23}=5,90.10^{-23}g et m_{Cl^-}= M_{Na}/Na= 23,0/6,02.10^{23}=3,82.10^{-23}g

d : Sur la figure ci-dessus les ions chlorures n'entrent pas en contact sur la diagonale alors que sur tous les côtés les ions sodium et chlorure sont en contact, on en déduit que :

$$\boldsymbol{a = r_{Cl^-} + 2 * r_{Na^+} + r_{Cl^-}}$$

Soit a=$2(r_{Cl^-} + r_{Na^+})$.

e : Dans la maille du cristal de chlorure de sodium il y a 4 ions de chlorure et 4 ions sodium.

On en déduit la compacité :

$$c = \frac{4*(4/3)*\pi*(r_{Cl^-})^3 + 4*(4/3)*\pi*(r_{NaI^+})^3}{a^3} = \frac{4*(4/3)*\pi*((r_{Cl^-})^3+(r_{NaI^+})^3)}{(2(r_{Cl^-}+r_{Na^+}))^3} = \frac{2*\pi*((r_{Cl^-})^3+(r_{NaI^+})^3)}{3(r_{Cl^-}+r_{Na^+})^3}$$

L'application numérique donne : $c = \frac{2*\pi*((1,87.10^{-8})^3+9,5*10^{-9})^3)}{3(1,87.10^{-8}+9,5*10^{-9})^3} = \frac{4,64*10^{-23}}{6,73*10^{-23}} = \boxed{0,69}$

La masse volumique sera de $\rho_{NaCl} = \frac{4*(m_{Cl^-}+m_{Na^+})}{(2*(r_{Cl^-}+r_{Na^+}))^3}$..

L'application numérique donne $\rho_{Nacl} = \frac{4*(5,90*10^{-23}+3,82*10^{-23})}{(2*(1,87.10^{-8}+9,5*10^{-9}))^3} = \frac{3,89*10^{-22}}{7,79*10^{-22}} = \boxed{2,17 g.cm^{-3}}$