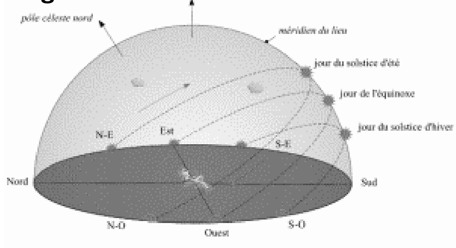
Contrôle n°4 du 21.02.2025. Correction

Document n°1

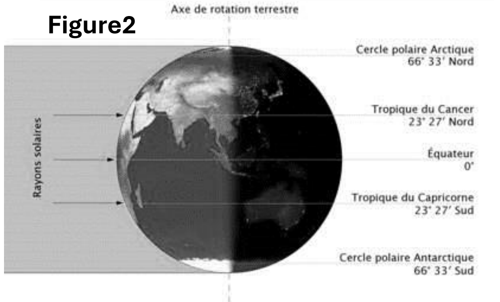
Figure1



La course du Soleil dans le ciel est un indice précis pour déterminer notre position sur le globe terrestre (figure1).
Ainsi le jour de **l'équinoxe du printemps**, le 20 mars, **à midi**, le Soleil est à la **verticale de l'équateur** (figure 2).

-En ce jour, **Pierre** est sur le point **A**, sur l'équateur. Le Soleil, pour lui, est exactement à sa verticale. L'angle $\hat{A}$, de la figure 3 par rapport à l'horizon est de 90° et l'angle $\varphi = \hat{L}$ de la latitude est de 0°

Figure2



- **Paul** le même jour, à la même heure, est au point **B** qui se trouve à la latitude20° Nord, soit : $\boldsymbol{\hat{L} = \varphi = 20°}$, l'angle $\hat{A}$, entre l'horizon et le Soleil, qu'il mesure avec un sextant, (figure4), est de : 90-20= **70°**

-**Jean** est au point **C** à la latitude de **40° Nord**, soit $\boldsymbol{\varphi = \hat{L} = 40°}$.Pour lui, le Soleil à midi forme un angle de $\hat{A} = 90 - 40 = \mathbf{50}°$

Ainsi l'évolution des tables de la position du Soleil à midi et de la précision des sextants fut un avantage certain pour l'exploration des mers.

Figure3

$\hat{L}$

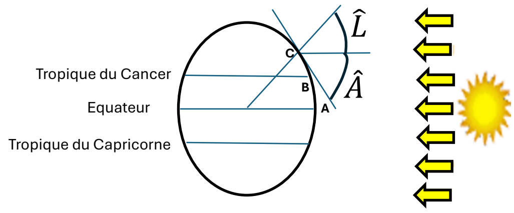


Figure4

Sextant du moyen âge

Sextant du 19ème siècle

Document n°2

Les Anglais contre les Français et les Portugais ont réussi à faire reconnaitre le méridien d'origine passant par la ville de Londres. Ils furent les premiers à développer, par John Harrison, une montre, soit un chronomètre marin, (figure 5) qui pouvait par un mécanisme de ressort oscillant garder la mesure du temps malgré le roulis des vagues en mer, ce que ne pouvait faire une horloge à balancier. Ainsi ce chronomètre marquant un temps universel permis aux anglais de dominer les mers.

Figure5

Par exemple une personne qui a réglé sa montre à **12 heures à midi à Londres**, qui navigue en mer depuis plusieurs jours vers l'ouest relève que **le Soleil est à son zénith** (au plus haut dans le ciel) et pourtant sa montre indique **11 heures.** Il sait alors qu'il s'est déplacé d'un angle de **15° vers l'Ouest**, sur un planisphère repéré par des méridiens (figures 6,7, 8).

Figure6

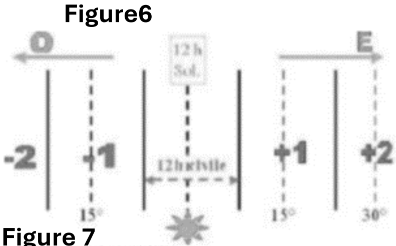
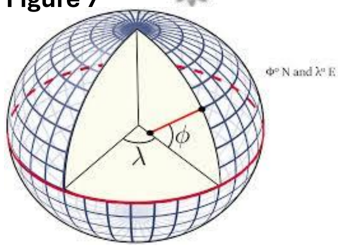


Figure 7



Ainsi la mesure d'un **angle $\boldsymbol{\varphi}$** , qui est **la latitude** grâce au **sextant** nous situe sur **un parallèle** et la mesure d'un **angle λ**, qui est **la longitude**, grâce à un **chronomètre marin**, nous situe sur **un méridien** (figure 7)

I. <u>(4pts) Exercice n°1 Se situer sur le globe terrestre</u>

Sur le planisphère ci-dessous, du globe terrestre aplati, on a placé **Pierre** du document n°1 **au point A**

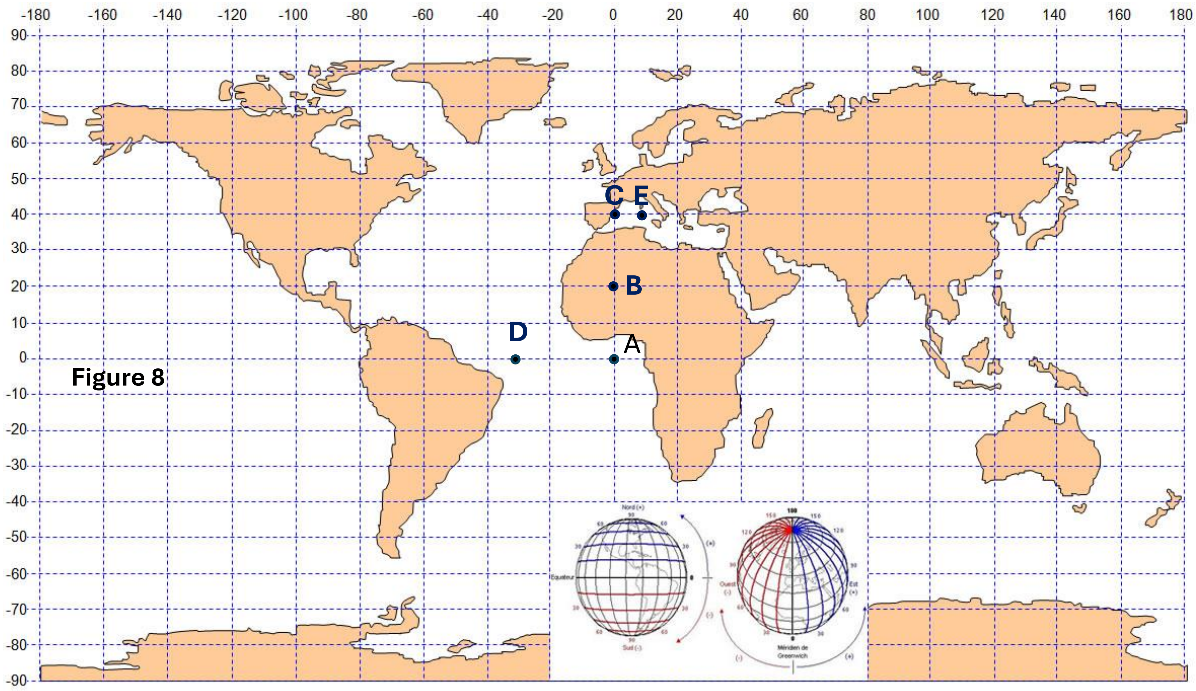


Figure 8

1. (1pt) Les points B et C sont sur le même méridien que le point A. Les placer sur la figure 8 ci-dessus. Pierre Paul et Jean sont munis de la même heure que celle de Londres

Les points B et C sont sur le méridien de Greenwich à 20° et 40° nord respectivement

2. (1pt) **Pierre** fait un voyage, direction plein l'ouest, pour atteindre le point D avec un décalage horaire de 2 heures, par rapport au point A. Placer ce point sur la figure 8.

Pierre reste sur l'équateur et se déplace vers l'ouest de 30°, car il a deux heures de décalage entre le point D et le point A et une heure correspond à 15°.

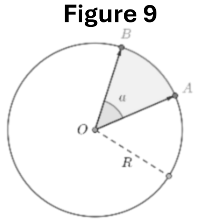
3. (2pts) **Jean** fait également un voyage, mais plein Est depuis la ville côtière espagnol de Castellón de la Plana **sur le méridien de Greenwich** à **40°Nord**, vers la ville **d'Oristano** en **Sardaigne**, au point E, de **latitude 40° Nord** et de **longitude 9°Est**,. Placer le point E sur la figure 8 et justifier pourquoi sa montre indique **12 heures et 36 minutes** lorsque le soleil est au zénith.

Une heure, soit 60 minutes, correspondent à 15°. Soit 1° correspond à 60/15=4 minutes et 9° correspondent à 9*4=36 minutes. Un décalage horaire que traduit la montre marine Ainsi Jean se trouve au point D à une latitude de 470° nord et une longitude de 98°Est

II. <u>(11pts) Exercice n°2 les distances parcourues</u>

1) <u>(4pts) Longueur d'un arc de cercle sur un plan</u>

Figure 9



La longueur l d'un arc de cercle donnée par la formule :
l= $\widehat{AB} = \boldsymbol{R} * \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{rad})$, où R est le rayon du cercle et α est l'angle au centre exprimé en radians

a) (2pts) Un cercle tracé sur une feuille a un rayon de : **r=5,72 cm**, quelle est la longueur **l** d'un arc d'angle de **30°**

On a la relation l=α.R
L'application numérique donne l= (30.π)/180).5,72=3,0cm

b) (2pts) Le périmètre d'un cercle tracé sur une feuille fait- P=6,28cm de longueur, quelle est la valeur du rayon de ce cercle ?

Le périmètre P, a pour expression littérale est P=2. π.R, on en déduit R= P/(2. π)

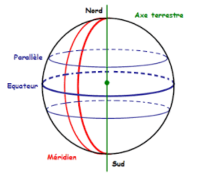
L'application numérique donne R=6,28/(2 π)=1,0cm

2) <u>(7pts) Longueur d'un arc de cercle sur une sphère</u>

a. (1pt) Le périmètre de la Terre est de 40000km quelle est la longueur d'un arc de 7,2° ?

La longueur d'un arc de cercle est proportionnel son angle.
Ainsi si la longueur de l'arc du périmètre terrestre est des 40000km pour 360° il sera pour un angle de 7,2° de : (7,2/360).40000=800km

Figure 10



b. (6pts) Distances parcourues par les voyageurs de la figure 8

Un grand cercle sur une sphère est un cercle dont le centre est celui de la sphère.
Un cercle d'un parallèle sur une latitude λ, a pour rayon :$r = R_T * cos\ \lambda$

- (3pts) Les points A et D sont ils sur un petit ou un grand cercle ? En déduire la distance parcourue par Pierre si le rayon de la Terre fait **R_T=6366km**

A et D sont sur l'équateur qui est un cercle dont le centre est sur le centre de la Terre, ils sont donc sur un grand cercle dont la longueur est : $\widehat{AD} = \boldsymbol{R} * \left(\frac{30*\pi}{180}\right) =\ldots\ 6366 * \left(\frac{30*\pi}{180}\right) = 3333\boldsymbol{km}$

- (3pts) Les points C et E sont-ils sur un petit ou un grand cercle ? En déduire la distance parcourue par Jean ?

C et E sont sur le parallèle correspondant à la latitude de 40° Nord. Ce parallèle est un cercle dont le centre est situé sur l'axe de rotation de la Terre mais pas sur le centre terrestre. C'est donc un petit cercle de rayon : $r = R_T * cos$ λ=6366*cos40=4876km
La longueur de l'arc CE est donc de : $\widehat{CE} = r * \left(\frac{9*\pi}{180}\right) = 4876 * \left(\frac{9*\pi}{180}\right) = 765km$

III. (6pts) Efficacité des mathématiques par la triangulation

Devant la multiplicité des unités de mesure de la distance (la lieue, la toise, le pied, l'aune, la perche, le miles, la palme, le pouce, la ligne) une expédition fut organisé en mars 1791 pour mesurer très précisément la distance entre Dunkerque à Barcelone afin de définir le mètre comme « la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre ». Ce mètre une fois établi, devait assurer « une référence universelle, « qui puisse convenir à tous les peuples ».
Deux scientifiques participèrent à cette aventure Méchain et Delambre sur le principe de la triangulation

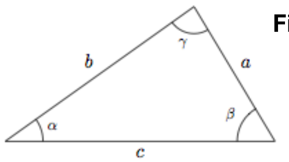
Figure 11

Cercle répétiteur de Borda, Musée des arts et métiers (à gauche)
Triangulation de Dunkerque à Barcelone (à droite)

1) (2pts) On donne un triangle ci-contre qui n'est pas à l'échelle

Tracer ci-dessous ce triangle si c=4cm α=20° et β=30°. En déduire les distances a et b

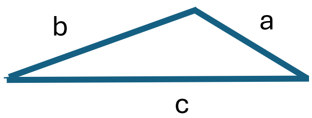
Figure 12



Graphiquement :

a=1,8cm

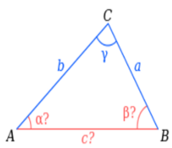
b=2,6cm



2) (2pt) Retrouver les résultats ci-dessus par le calcul selon les formules :

Figure 13

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$



D'après la relation ci-contre on a :

$$a = \frac{c*\sin\alpha}{\sin\gamma} \text{ et } b = \frac{c*\sin\beta}{\sin\gamma} \text{ avec } \gamma = 180 - 20 - 30 = 130°$$

L'application numérique donne $a = \frac{4*\sin 20}{\sin 130} = 1,78cm = \text{ et } b = \frac{c*\sin 30}{\sin 130} = 2,61cm$

Les valeurs correspondent bien.

3) (2pts)) Pour la mesure du périmètre terrestre quelle condition doit exister entre les villes de Barcelone et de Dunkerque, détailler la méthode

Pour calculer le périmètre terrestre : P, les deux villes Dunkerque :D et Barcelone : B, d'un angle λ(DB) , doivent être exactement sur le même méridien, pour être sur le même grand cercle et pour pouvoir appliquer la relation : $\boldsymbol{P = \frac{360}{\lambda(DB)} * \widehat{DB}}$