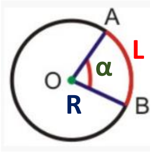
Contrôle n°4 du 19.03.2024 correction

I. (10pts) L'arc de cercle

1. (3pts) Exercices d'application sur un cercle



On appelle arc de cercle **L**, l'intersection d'un cercle de rayon **R** avec un angle **α(rad).**

On a la relation : **L= α∗R**. La circonférence C du cercle de rayon R est **C=2∗π∗R**

a. (1pt) Déterminer la longueur **L** d'un arc de cercle obtenu par l'intersection d'un angle de **36°** sur un cercle de rayon de **5 cm**.

On applique la relation L= α∗R et on trouve : L=((36∗π)/180)*5=3,14cm

b. (1pt) Déterminer la circonférence **C** d'un cercle de rayon de 5cm

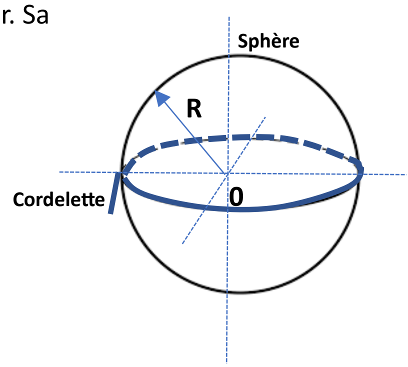
On applique la relation C_L= 2∗π∗R et on trouve : C=2∗π∗5=31,4cm

c. (1pt) La longueur d'un arc de cercle sur un angle de 7,2° est de 3mm, en déduire le rayon R de ce cercle.

On a la relation : L= α∗R, on en déduit R= L/α. L'application numérique donne :

$$\boldsymbol{R = \frac{3}{\left(\frac{7{,}2*\pi}{180}\right)} = 23{,}9\mathrm{mm}}.$$

2. (4pts) Application sur une sphère



a. (2pts) Une cordelette est placée autour d'une sphère, sur son équateur. Sa longueur est de 1 mètre.

- (1pt) Quelle est la circonférence C_{eq} de l'équateur de la sphère ?

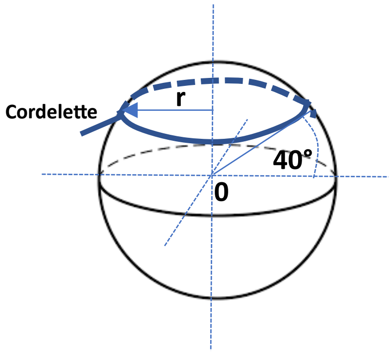
La cordelette recouvre justement la circonférence de la sphère soit : C_{eq}= 1m

- (1pt) En déduire le rayon R_s de la sphère.

On a la relation : C_{eq} =2∗π∗R_s

On en déduit : R_s= C_{eq}/(2∗π)

L'application numérique donne : R_s=1/(2∗ π)=0,159m soit 15,9cm



b. (2pts) La cordelette forme maintenant, un cercle à **40°** au-dessus de l'équateur de la sphère sa longueur devient alors égale à **76,6cm.**

- (1pt) Quelle est la valeur du rayon **r** de ce cercle ?

On a la relation : r= C/(2∗π) soit r=76,6/(2∗π) =12,2cm

- (1pt) Montrer que **r=R_s∗cos(40)**

On a R_s∗cos(40) =0,159∗cos(40)=0,122m soit 12,2 cm et la relation est vérifiée.

3. <u>(3pts) Application aux astres</u>

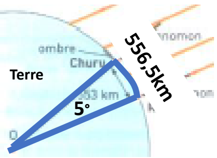
a. (1pt) La **Lune** a un rayon de R_L= 1740 km déterminer sa circonférence $\mathbf{C_L}$

On a la relation : $C_{eq} = 2*\pi*R_L$

L'application numérique donne $C_{eq} = 2*\pi*1740 = 10932$km

b. (2pts) Deux villes sur Terre sont distantes de **556,5km**, elles ont **la même longitude**, et ont une différence de latitude de **5°.**

- En déduire le rayon terrestre : $\mathbf{R_T}$ et sa circonférence : $\mathbf{C_T}$



On a e la relation L= $\alpha*R_T$, on en déduit : R_T= L/α

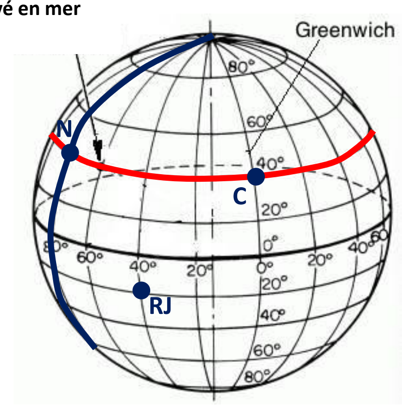
L'application numérique donne : $R_T = \frac{556,5}{(\frac{5*\pi}{180})} = 6377\text{km}$

On a la relation $C_{eq} = 2*\pi*R_L$ qui donne : $C_T = 2*\pi*R_T = 40067$km

II. <u>(6pts) Latitude et longitude</u>

1. (1pt) Surligner en rouge le parallèle de latitude **40° Nord** et en bleu le méridien **80° Ouest**.

Point P de relevé en mer



2. (1pts) Placer les villes suivantes :

- New York :**N** coordonnées : **40°Nord , 80°Ouest**
- Rio de Janeiro :**RJ** coordonnées **: 20°Sud, 40°Ouest**
- Castellio :**C** coordonnées **: 40°Nord , 0°**

3. (1pt) Un grand cercle, est un cercle inscrit sur une sphère, dont le centre est celui de la sphère. Le cercle formé par la latitude 40° Nord est il un grand cercle ?

Le centre du cercle rouge de latitude 40° Nord n'a pas pour centre le centre de la Terre, ce n'est donc pas un grand cercle

4. (1pt) Déterminer le rayon du cercle de latitude 40° Nord, qui contient les villes **de New York**, **Castillo** et **le point P**, si le rayon terrestres est de 6370km.

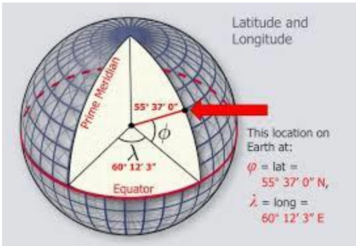
On a la relation $r = R_T*\cos(40)$ qui donne : $r = 6370*\cos(40) = 4879$km

………

5. (1pt) Déduire de la question qui précède la distance entre le point P et New **York ?**

La différence des longitudes entre ces deux positions est de : $\lambda_N - \lambda_P = 80-60 = 20°$

On en déduit la distance $d_{P\text{-}N} = 4879*((20*\pi)/180) = 1703$km



6. (1pt) Le méridien **80° Ouest** est-il un grand cercle en déduire la distance entre le point P et **l'équateur** ?

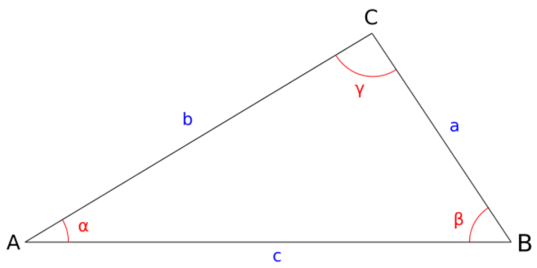
Le cercle qui correspond au méridien de 80° Ouest a pour centre le centre de la Terre, c'est donc un grand cercle.

La distance entre le point P et l'équateur est donc :

$d_{P\text{-équateur}}=R_{T}* \phi_P(rad)$

L'application numérique donne : $d_{P\text{-équateur}}= 6370*((40* \pi)/180)=4447km$

III. <u>(3pts) La triangulation</u>



On déterminer les grandeurs : c=6,4km α=30° et β=56°

On a les relations ; $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$

Déterminer les grandeurs **a,b, γ**

La somme des angles d'un triangle est de 180°,

On en déduit : γ =180-α-β=94°.

La relation : $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$ **donne :** $a = \frac{c*sin\alpha}{sin\gamma} = \frac{6,4*0,5}{0,99}$**=3,21km**

La relation : $\frac{a}{sin\alpha} = \frac{b}{sin\beta} = \frac{c}{sin\gamma}$ **donne :** $b = \frac{c*sin\beta}{sin\gamma} = \frac{6,4*0,83}{0,99}$**=5,32km**

IV. (6pts) Distance Terre Soleil, diamètre Soleil et diamètre Terre

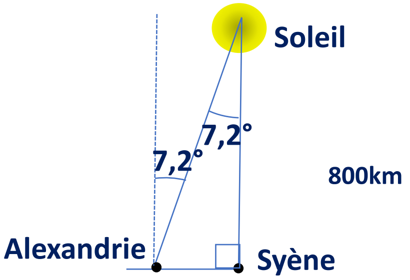
La distance entre Syène et Alexandrie fut mesurée depuis bien longtemps., sa valeur était de 50000 stades soit 800 km. Ces deux villes sont presque sur le même méridien.

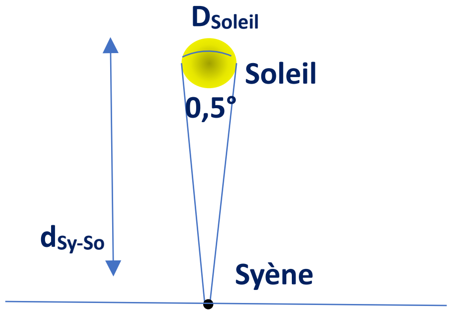
Coordonnées GPS : Syène **24°Nord 32°Est** Alexandrie **31°Nord et 29°Est**

Le jour du solstice d'été, le 20 juin, à midi, le Soleil est à la verticale du tropique du Cancer (23°26' Nord). La lumière du Soleil parvient alors, au fond des puits à Syène, car cette ville est très proche de ce tropique. Mais elle fait un angle de 7,2° par rapport à Alexandrie. Certains philosophes et astronomes, avec le paradigme d'une **Terre plate**, à l'époque antique, en déduisirent **la distance** entre **le Soleil** et **la Terre** et même le **diamètre du Soleil** (d'angle apparent de 0,5°). D'autres astronomes, 200 années plus tard, par le paradigme d'une **Terre sphérique**, avec **les mêmes mesures**, en déduisirent **le diamètre de la Terre**. Approfondir cette controverse scientifique et historique par des dessins et calculs. Apporter un regard critique sur la précision de mesure au regard des coordonnées GPS.

Terre plate

Le paradigme d'une Terre plate a permis d'estimer la distance entre la Terre et le Soleil :





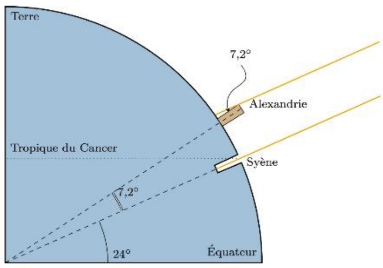
L'angle sous lequel est vu le soleil à midi à Alexandrie est l'angle du triangle rectangle entre Alexandrie Soleil et Syène car ils sont alterne-interne. On peut alors en déduire la distance entre Syène et le Soleil car $tan(7,2°) = \frac{d_{Alexandrie-Syène}}{d_{Syène-Soleil}}$

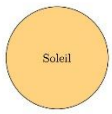
On en déduit $d_{Syène-Soleil} = \frac{d_{Alexandrie-Syène}}{tan(7,2°)} = \frac{800}{tan(7,2°)} = 6332km$

De plus le Soleil est vu sous un angle de 0,5°, on peut donc faire l'approximation que son diamètre est proche de l'arc de cercle d'angle de 0,5° et de rayon 6332km soit :

D_{Soleil} =(0,5*π/180)*6332=55,3km

Terre sphérique





L'angle de α=7,2° sous lequel on voit le Soleil, depuis Alexandrie, à midi, correspond à l'angle de l'arc de cercle de rayon terrestre R_T et de distance L=800km

On en déduit L=R_T* α

On en déduit $R_T = \frac{800}{(\frac{7,2\pi}{180})}$ **=6366km**

Les coordonnées GPS des deux villes montrent qu'elles ne sont pas parfaitement sur la même longitude et qu'il n'a pas fait midi exactement au même instant. Cette mesure fut remarquable pour l'époque et confirme que des mesures scientifiques ne suffisent pas pour décrire la réalité, il faut un paradigme correct, soit une vision du monde adaptée.