Contrôle n°2 classes de première du 17 .11 2021correction

1. Les minéraux et les réseaux

La régularité des formes géométriques pour des minéraux de compositions chimiques pourtant différentes a trouvé une explication en 1848, par un minéralogiste et mathématicien français : Auguste Bravais. Il posa l'hypothèse d'un ensemble de structures de bases nommés mailles multipliées de façon infinie qui donnaient toutes ces formes géométriques régulières (on parle de réseaux de Bravais). Ces hypothèses furent confirmées 60 ans plus tard, à l'aide de rayons X.

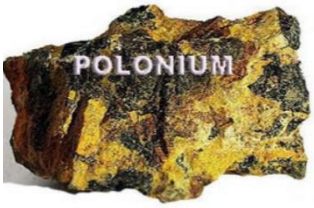
Figure 1

Pyrite avec un réseau cubique à faces centrées

Figure 2

Fluorite avec un réseau cubique à faces centrées

Figure 3



Polonium avec un réseau cubique simple

Figure 4

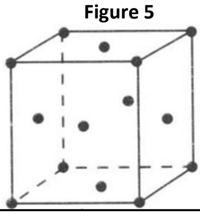
Fer α avec un réseau cubique centré

2. Les mailles élémentaires(1pt)

Nous nous intéressons ici à trois mailles A, B, C :(**maille cubique simple, maille cubique à faces centrées, maille cubique centré**).

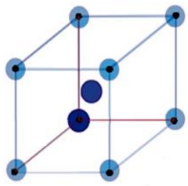
- (1pt) Ajouter les noms des mailles ci-dessous

Figure 5



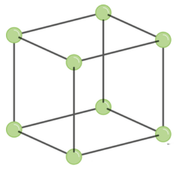
Maille A :
Cubique à faces centrées

Figure 6



Maille B :
Cubique centré

Figure 7



Maille C :
Cubique simple

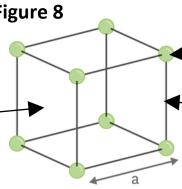
3. Caractéristiques de la maille des réseaux cubiques(1pt)

Un réseau cubique est en premier lieu identifié par la dimension d'un côté : **a,** puis par ses **sommets** , ses **arêtes** et ses **faces**

- (1pt) Compléter la légende sur la figure8 :

Figure 8

Face



Sommet

arête

4. Forme géométrique de la maille et du minéral (2pts)

- (2pts) La Pyrite(figure1), la Fluorite (figure2), le Polonium (figure3) et le fer α (figure4), présentent entre les faces du minéral qu'elles forment, des angles souvent égal à 90°, cette information est-elle compatible avec les formes cristallines sous lesquelles ils apparaissent ?

Les faces entre les minéraux comme celles entre les mailles des trois réseaux présentent des angles à 90° ce qui est donc cohérent

5. (8pts) Nombre d'atomes par réseau

Dans l'objectif de prévoir la masse volumique et la compacité de la maille d'un réseau on doit déterminer le nombre d'atomes que contient cette maille.

a) (3pts) Maille A

Pour le décompte des atomes de la maille A sur la figure9 ci-dessous, on représente la partie de l'atome emprisonné sur la figure 10.

Maille A : Figure 9

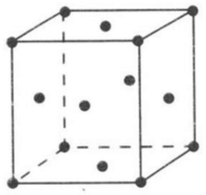
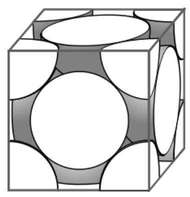


Figure 10



- (0,5pt) Combien de sommets contient la maille A ?

Un cube contient 8 sommets.

- (0,5pt) Quelle proportion d'atome (**1/2**, **1/4**, **1/8**) est emprisonnée sur un sommet de la maille ?

1/8 d'atome est présent dans la maille.

- (0,25pt) Combien d'atome(s) en tout est (sont) emprisonné(s) sur tous les sommets de la maille ?

Sur tous les sommets de cette maille nous aurons donc : 1/8*8=1 atome

- (0,25pt) Combien de faces contient la maille A ?

Un cube contient 6 faces.

- (0,5pt) Quelle proportion de l'atome ou de l'entité est emprisonnée sur une face de la maille ?

½ atome est présent dans une maille.

- (0,5pt) Combien d'atome(s) en tout sont(est) sont emprisonné(s) sur toutes les faces de la maille

Sur toutes les faces de cette maille il y aura ½*6=3 atomes

- (0,5pt) Combien d'atomes sont emprisonnés en tout dans la maille A ?

En ajoutant les sommets aux faces nous aurons en tout 1+3=4 atomes

b) (3pts) Maille B

La même forme de représentation sur la figure 12 pour la maille B est donnée ci-contre. Déterminer le nombre d'atomes présents dans cette maille en vous intéressant à ses sommets et au centre de cette maille.

Sur les 8 sommets de cette maille sont emprisonnés 1/8 d'atome. Soit 1/8*8=1 atome, auquel il faut ajouter l'atome au centre de la maille , ce qui fait en tout 2 atomes.

Maille B : Figure 11

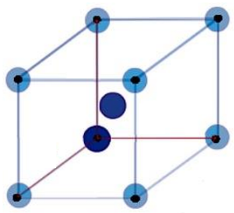
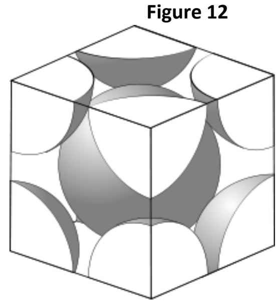


Figure 12



c) (1pt) Maille C

La même forme de représentation sur la figure 14 pour la maille C est donnée ci- contre, déterminer le nombre d'atomes présents dans cette maille en vous intéressant à ses sommets.

Sur les 8 sommets de cette maille sont emprisonnés 1/8 d'atome. Soit en tout la& maille contient 1/8*8=1 atome

Maille C : Figure 13

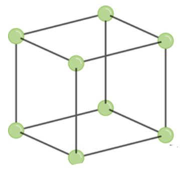
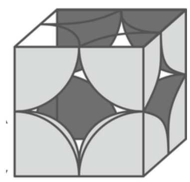


Figure 14



6. (7pts) Masse volumique

a. (3pts) La maille et sa masse volumique

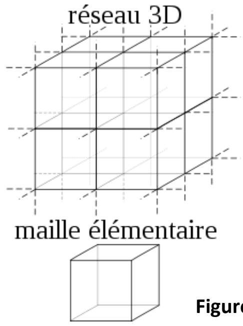


Figure 15

La masse volumique d'une maille est celle du minéral quelle forme, car elle se reproduit indéfiniment, identique à elle-même sur la totalité du cristal, dans un réseau en trois dimensions(figure15). Soit $\mathbf{m_{atome}}$ la masse d'**un seul atome** et **a** la largeur **de la maille**. Attribuer aux masse volumiques ρ_1, ρ_2, ρ_3 les masses volumiques des mailles A, B, C.

$\rho_1 = \frac{m_{atome}}{a^3}$ $\rho_2 = \frac{2*m_{atome}}{a^3}$ $\rho_3 = \frac{4*m_{atome}}{a^3}$

La masse volumique ρ_1 ne contient qu'un seul atome c'est le cubique simple soit la maille C

La masse volumique ρ_2 contient deux atomes c'est le cubique centré la maille B

La masse volumique ρ_3 contient quatre atomes c'est la cubique à faces centrées soit la maille A

b. (4pts) Exemples

- (2pts) Calculer la masse volumique de l'aluminium ρ_{Al} qui cristallise sous la maille **cubique à faces centrées.** On a la masse d'un atome est $\mathbf{m_{atome}=4{,}48.10^{-26}Kg}$ et la taille du coté de sa maille est $\mathbf{a=4{,}05.10^{-10}m}$.Comparer ce résultat avec celui de la densité de l'aluminium $\mathbf{d_{Al}=2{,}7}$

Pour la maille cubique à faces centrée on utilise la relation $\rho_{Al} = \frac{4*m_{atome}}{a^3}$

L'application numérique donne $\rho_{Al} = \frac{4*4{,}48*10^{-26}}{(4{,}05*10^{-10})^3}$=2700Kg/m³=2,70.10³Kg/m³

On en déduit $d_{Al} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{eau}} = \frac{2700}{1000} = 2{,}7$ et les valeurs sont identiques

- (2pts) Calculer la masse volumique du fer α $\rho_{Fe\alpha}$ qui cristallise sous la maille **cubique centré.**

On a la masse d'un atome est $\mathbf{m_{atome}=9{,}26.10^{-23}Kg}$ et la taille du coté de sa maille est $\mathbf{a=2{,}87.10^{-9}m.}$

Comparer ce résultat avec celui de la densité du fer α $\mathbf{d_{Fe(\alpha)}=7{,}8}$

Pour la maille cubique à faces centrée on utilise la relation $\rho_{Fe} = \frac{2*m_{atome}}{a^3}$

L'application numérique donne $\rho_{Al} = \frac{2*9{,}26*10^{-23}}{(2{,}87*10^{-9})^3}$=7834Kg/m³=7,83.10³Kg/m³

On en déduit $d_{Al} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{eau}} = \frac{7834}{1000} = 7{,}84$ et les valeurs sont très voisines.

7. (11pts) La compacité

La compacité **c** d'une maille d'un réseau cristallin correspond au taux d'occupation, soit au rapport du volume occupé par tous les atomes : $\mathbf{V_{atomes}}$ sur celui de la maille : $\mathbf{V_{maille}}$ **.** On a $\mathbf{c=V_{atomes}/V_{maille}}$

a. (4pts) Compacité de la maille A

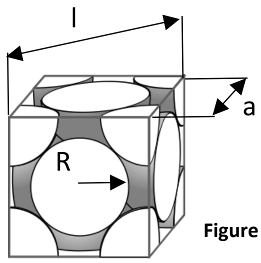


Figure 16

- (1pt) Sur la figure 16 : sur la diagonale l **tous les atomes se touchent**. Quelle relation existe alors entre la diagonale **l** et le rayon d'un atome **R**.

Sur la diagonale l 3 atomes se touchent, on en déduit : l=4*R

- (1pt) Sur la figure 17, d'après Pythagore, montrer que l=$\sqrt{2}$.a

D'après Pythagore l²=a²+a²=2*a², on en déduit l=$\sqrt{2}$.a

- (2pts) Démontrer d'après les relations ci-dessus que la compacité du réseau A est de 0,74.

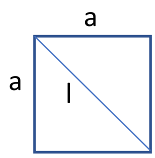


Figure 17

La compacité est $c=V_{atomes}/V_{maille}$ avec $V_{atomes}=4*(4/3)*\Pi*R^3$ car la maille contient 4 atomes et $V_{maille}=a^3$. On en déduit $c = \frac{4*(\frac{4}{3})*\Pi*R^3}{\frac{l^3}{\sqrt{2}^3}} = \frac{4*(\frac{4}{3})*\Pi*R^3}{\frac{(4*R)^3}{\sqrt{2}^3}} = \frac{4*(4/3)*\Pi*R^3*\sqrt{2}^3}{4^3*R^3} = \frac{\Pi*2*\sqrt{2}}{3*4} = \frac{\Pi\sqrt{2}}{6} =$

$0{,}74$

b. <u>(5pts) Compacité de la maille B</u>

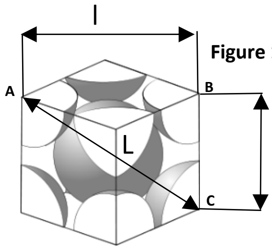


Figure 18

- (1pt) Sur la grande diagonale **L** tous les atomes se touchent en déduire la relation entre cette grande diagonale L et le rayon d'un atome R.

Sur la grande diagonale L trois atomes se touchent, on en déduit : L=4*R

- (2pts) Soit le triangle A,B,C ,démontrer à l'aide de la figure 19 et Pythagore que **L=$\sqrt{3}$.a**

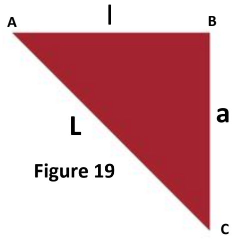


Figure 19

Dans le triangle A, B, C on applique Pythagore et on trouve $L^2=l^2+a^2$ avec $l^2=2a^2$

On en déduit $L^2=2a^2+a^2=3a^2$, soit L=$\sqrt{3}$.a

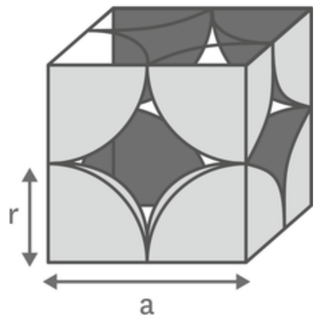
- (2pts) Démontrer à l'aide des relations ci-dessus que la compacité de la maille B est de 0,68

La compacité est $c=V_{atomes}/V_{maille}$ avec $V_{atomes}=2*(4/3)*\Pi*R^3$ car la maille contient 2 atomes et $V_{maille}=a^3$.

On en déduit $c=\frac{2*\left(\frac{4}{3}\right)*\Pi*R^3}{\frac{L^3}{\sqrt{3}^3}}=\frac{2*\left(\frac{4}{3}\right)*\Pi*R^3}{\frac{(4*R)^3}{\sqrt{3}^3}}=\frac{2*\left(\frac{4}{3}\right)*\Pi*R^3*3*\sqrt{3}}{4^3*R^3}=\frac{\Pi*8*\sqrt{3}}{64}=\frac{\Pi\sqrt{3}}{8}=0,68$

c. <u>(2pts) Compacité de la maille C</u>

Maille C : Figure 20



Déterminer la compacité de la maille C sur la figure 20

Sur un coté deux atomes se touchent, on en déduit : a=2R

La maille ne contient qu'un seul atome on en déduit

C==$\frac{\left(\frac{4}{3}\right)*\Pi*R^3}{(2R)^3}=\frac{\Pi}{6}=0,52$

8. <u>(3pts) Le fer dans tous ses états</u>

Le fer à la température ambiante a une structure cubique centrée mais à partir de 900° C, elle change pour se transformer en cubique à faces centrées. La densité du fer à température ambiante est de d_{Fer} =7,8 comment évoluera cette densité lorsque la température du fer passera de 20° à 900°C.

Si le réseau passe d'une maille cubique centré de compacité 0,68 a une maille cubique à face centrée de compacité 0,74, alors il sera plus dense et donc la densité va augmenter entre 20°C et 900°C