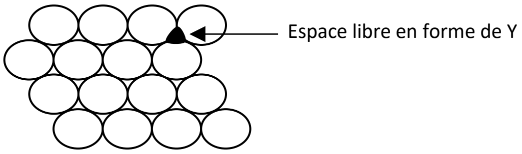
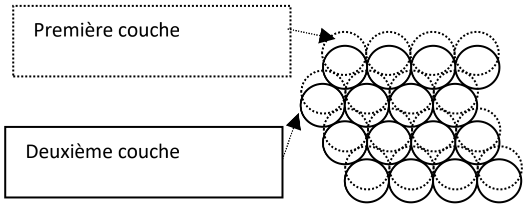
Contrôle n°2 classe correction de première

I. (15pts) Les empilements d'atomes et les mailles des réseaux cristallins

Les atomes dans un cristal se répartissent selon les conditions de température et de pression de façon plus ou moins serrée. Le modèle le plus compacte qui soit est donné ci-dessous où tous les atomes sont tangents. Il apparait un petit espace vide en forme de Y.
Le positionnement de la deuxième couche se fait en plaçant les atomes sur cet espace libre.



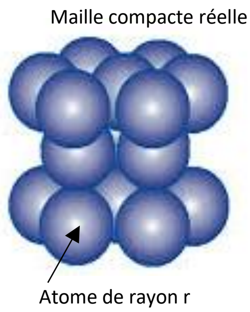


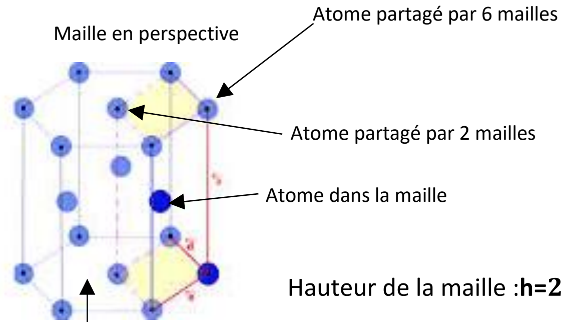
Deux mailles de même compacité peuvent alors apparaitre :

Le cubique à faces centrées et **l'hexagonale compacte**

1. (3,5pts) La maille Hexagonale compacte

Les représentations compacte et en perspective de la maille hexagonale compacte sont données ci-dessous :





Hauteur de la maille :**h=2.** $\sqrt{2/3}$**.r**

Surface de la base hexagonale :**S=12.** $\sqrt{3}$**.r²**

a) (1pt) La maille contient :

- **Douze atomes** partagés entre **6 mailles.**
- **Deux atomes** partagés entre **deux mailles.**
- **Trois atomes internes** à la maille

Déterminer combien d'atomes contient une maille hexagonale compacte ?

Il existe douze atomes partagés entre 6 mailles soit : 12/6= 2 atomes par maille

IL existe deux atomes partagés entre deux mailles soit : 1 2/2=1, soit un atome en plus.

Il existe également trois atomes internes à la maille donc trois atomes en plus pour cette maille.

Le nombre total d'atomes que contient cette maille est donc 2+1+3=6 atomes.

b) (1pt) Volume de la maille hexagonale compacte

- **La surface de la base de cette maille est : S=12. $\sqrt{3}$.r²**
- **La hauteur de cette maille est : h=2. $\sqrt{2/3}$.r**

Déterminer l'expression littérale du volume de la maille en fonction de r.

Le volume de cette maille est le produit de sa base par sa hauteur. Ce qui donne comme expression littérale :

V=S.h =12. $\sqrt{3}$.r². 2. $\sqrt{2/3}$=24. $\sqrt{2}$.r³

c) (1,5pts) La compacité de la maille hexagonale est :

Déterminer la compacité de cette maille :

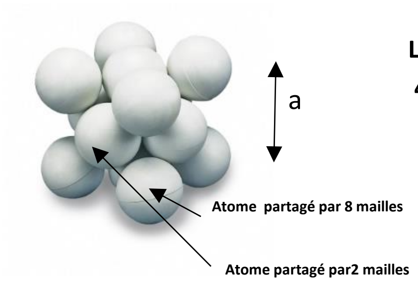
la compacité est le rapport du volume occupé par les six atomes sur celui de la maille, l'expression littérale donne :

$$\boldsymbol{C = \frac{6.\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{24.\sqrt{2}.r^3} = \frac{6.\left(\frac{4}{3}\right).\pi}{24.\sqrt{2}} = 0,74}$$

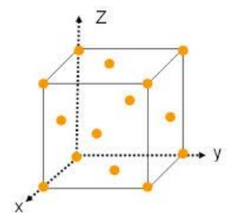
La compacité de cette maille est de 0,74.

2. (4,5pts) La maille cubique à faces centrées

La représentation compacte de la maille cubique à faces centrées est donnée ci-dessous :



La relation entre a et r est :
4.r=$\sqrt{2}$.a



a. (1,5pts) Dessiner la maille cubique à faces centrées en perspective dans le cadre ci-contre

b. (1pt) Déterminer le nombre d'atomes que contient cette maille en justifiant

Sur chaque sommet de la maille il y a 8 atomes partagés par 8 mailles soit : 1 atome.

Sur chaque faces de la maille il y a 6 atomes partagés par deux mailles soit : 3 atomes

En tout nous avons donc 4 atomes dans une maille.

c. (2pts) Déterminer la compacité de cette maille

La compacité est donc $\boldsymbol{c = \frac{4.\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{a^3} == \frac{\sqrt{2.}^3.4.\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{r^3.4^3} = \frac{\sqrt{2}..\pi}{6} = 0,74}$

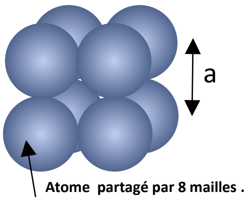
On retrouve bien la même compacité de la maille hexagonale compacte

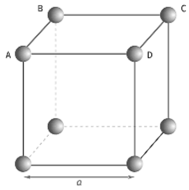
3. (3,5pts) La maille cubique simple

Certains arrangements d'atomes son bien moins compacts comme les **maille cubique simple** et **cubique centrée**

La maille cubique simple compacte est représentée ci-dessous

a. (1pt) Dessiner dans le cadre ci-dessous la représentation en perspective de cette maille





b. (1pt) Déterminer le nombre d'atomes que contient cette maille

La maille contient huit atomes aux sommets de la maille soit 8 atomes partagés entre 8 mailles donc un atome par maille

c. (1pt) Déterminer l'expression du volume de la maille en fonction de r

V=a^3 avec a =2.r .

On en déduit que V=8.r^3

d. (1,5pts) Déterminer la compacité de cette maille

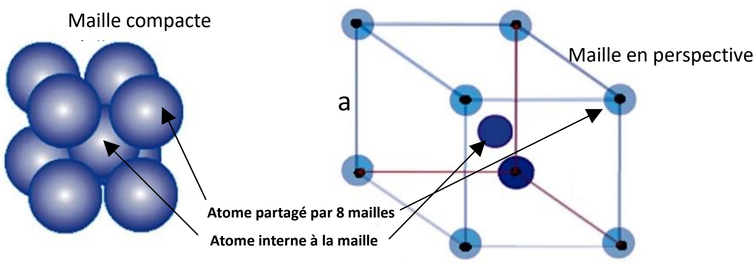
$$c = \frac{\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{8.r^3} = \frac{\pi}{6} = 0,52$$

La compacité de cette maille est donc de 0,52.

4. (3,5pts) La maille cubique centrée

La maille cubique centrée.

Ci-dessous sont dessinés le modèle compact du cubique centré et la représentation en perspective.



a. (1,5pts) Déterminer le nombre d'atomes que contient cette maille

La maille contient huit atomes aux sommets de la maille soit 8 atomes partagés entre 8 mailles ajouté à l'atome au centre de la maille ce qui fait en tout 2 atomes

b. (2pts) On a **4.r=$\sqrt{3}$.a ,** Démontrer que la compacité de la maille est de 0,68 **.**

$$c = \frac{2.\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{a^3} == \frac{\sqrt{3}^3.2.\left(\frac{4}{3}\right).\pi.r^3}{r^3.4^3} = \frac{\sqrt{3}.\pi}{8} = 0,68$$

II. (3pts) Structure cristalline du fer et du monoxyde de fer :

Le fer présente plusieurs structures cristallines dites allotropiques :
Le fer α (alpha) possède une structure de type **cubique centrée** de dimension **a=2,87 10^{-10} m** pour une température inférieure à 912°C.
Le fer γ(gamma) possède une structure type **cubique à faces centrées** de dimension **a=3,47 10^{-10} m** pour une température supérieure à 912°C.
Déterminer les masses volumiques des deux structures, si la masse d'un atome de fer est : **m_{Fe}=9,27.10^{-26}Kg .**

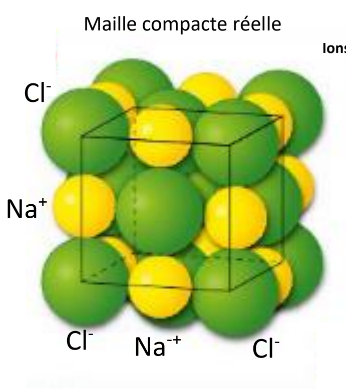
Pour le fer α il y a 2 atomes par mailles on en déduit $\rho(Fe\ \alpha)=2.m_{Fe}/a^3$

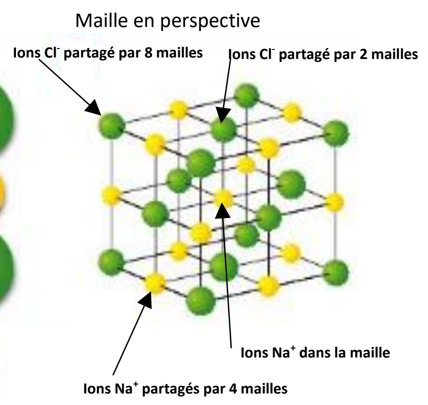
L'application numérique donne : $\boxed{\rho(Fe\ \alpha)=}2.\ 9{,}27.10^{-26}/(2{,}87\ 10^{-10})^3=\boxed{7843 Kg.m^{-3}}$

Pour le fer γ il y a 4 atomes par mailles on en déduit $\rho(Fe\ \alpha)=4.m_{Fe}/a^3$

L'application numérique donne : $\boxed{\rho(Fe\ \alpha)}=4.\ 9{,}27.10^{-26}/(3{,}47\ 10^{-10})^3=\boxed{8874 Kg.m^{-3}}$

III. (3pts) Les structures cristallines ioniques





Les composé ioniques s'assemblent également selon des structures cristallines.
Ainsi sur la figure ci-contre les ions Cl^- du sel de chlorure de sodium ont une structure cubique à faces centrées.
Les ions Na^+ se logent dans les interstices de la structure.
Les ions de même charge ne sont pas tangents entre eux mais sont tangents avec ceux de signes opposés.
Ainsi sur la figure ci-contre la dimension de la maille **a** correspond aux sommes des diamètres des ions Na^+ et Cl^-. Soit **$a=2.r_{cl-}+2.r_{Na+}$** . On donne : **$r_{Na+}=9{,}9.10^{-11}$m $r_{cl-}=1{,}81.10^{-10}$m**
Une maille contient :

- **12 ions Na^+** partagés par **4 mailles** et **un au centre de la maille.**
- **8 ions Cl^-** partagés par **8 mailles** et **6** partagés par **deux mailles.**

Déterminer la compacité de la maille

La dimension de la maille est $a=2.r_{cl-}+2.r_{Na+}$= soit $a=5{,}6.10^{-10}$m

Le volume de la maille est donc $\boxed{V=a^3=1{,}756.10^{-28}m^3}$

Le nombre d'ion Na^+ est 12/4+1=4.

Le nombre d'ion Cl^- est 8/8+6/2=4.

Le volume occupé par tous les ions est $V_{ions}=4.(4/3).\pi.(r_{Na+})^3+4.(4/3).\pi.(r_{cl-})^3$

Soit $V_{Ions}=4.(4/3).\pi.((r_{Na+})^3+.(r_{cl-})^3$

L'application numérique donne $\boxed{V_{Ions}}=4.(4/3).\ \pi.(\ (9{,}9.10^{-11})^3+(1{,}81.10^{-10})^3)=\boxed{1{,}15.10^{-28}m^3}$

La compacité est donc $c=V_{Ions}/V=0{,}65$

(Exercice livre hachette page41)